



# Adaptacyjne modelowanie procesów przygotowania polskich rud miedzi do wzbogacania

## Adaptive modelling of Polish copper ores preparation processes for enrichment

Jacek KUNYSZ <sup>1)</sup> Tadeusz TUMIDAJSKI <sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Dr inż.; Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Górnictwa i Geoinżynierii, Zakład Przeróbki Kopalin, Ochrony Środowiska i Utylizacji Odpadów; Al. Mickiewicza 30, 30-059; tel.: (+48-12) 617-20-56, fax: (+48-12) 617-21-98, e-mail: yaco@uci.agh.edu.pl

<sup>2)</sup> Dr hab., prof. AGH; Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Górnictwa i Geoinżynierii, Zakład Przeróbki Kopalin, Ochrony Środowiska i Utylizacji Odpadów; Al. Mickiewicza 30, 30-059; tel.: (+48-12) 617-20-56, fax: (+48-12) 617-21-98, e-mail: tumidaj@gorniczy.gorn.agh.edu.pl

RECENZENCI: Dr inż. Jiří ŠKVARLA; Prof. dr hab. inż. Stanisław CIERPISZ

### Streszczenie

W pracy przedstawiono zasady modelowania adaptacyjnego procesów przerobczych. Na podstawie przeprowadzonych badań przemysłowych układu przygotowania nadawy do flotacji polskich rud miedzi określono modele matematyczne typu ARX, modele adaptacyjne uzyskane metodą antygradientową oraz metodą minimalizacji ważonej sumy kwadratów odchyleń. Uzyskane wyniki dowiodły zasadności stosowania metod adaptacyjnych

### Summary

The principles of adaptive modelling of mineral dressing processes were shown in the paper. The mathematical models of ARX type, adaptive models obtained by „antigradient” method was determined. They are based on industrial investigations of the Polish copper ores’ preparation processes. The obtained results proved that adaptive models are better than models of ARX type.

## 1. Wstęp

Modelowanie matematyczne przemysłowych procesów przerobczych oraz ich układów technologicznych ma bardzo duże znaczenie dla wprowadzanej ich kontroli i automatyzacji. Ilość i rodzaje tych modeli są bardzo różne, przy czym wielokrotnie ich wybór zależy od celu modelowania i zamierzonego zastosowania (Brożek i inni 1995, Mączka i inni 1975, Sztaba i inni 1996, Tumidajski 1997).

Istotną grupą modeli są modele oparte na rejestrowanych szeregach czasowych pomiarów uzyskiwanych z automatycznych urządzeń pomiarowych i zmierzające do uzyskania pogłębionego opisu zależności między wskaźnikami oceny przebiegu procesów a szeroko rozumianymi parametrami technologicznymi.

Biorąc pod uwagę zmienność nadawy, pewne zmiany w technologii oraz stosowanym reżimie technologicznym modele wymagają aktualizacji.

W prezentowanej pracy zostaną omówione warianty adaptacyjnego modelowania procesów przerobczych w oparciu o badania przemysłowe układu przygotowania nadawy do wzbogacania flotacyjnego polskich rud miedzi.

## 2. Modele adaptacyjne

Najczęściej stosowaną metodą opisu procesów przemysłowych jest metoda regresji wielorakiej

## 1. Introduction

The mathematical modelling of industrial mineral processing processes and their technological systems has important significance for introduced control and automation arrangements. The types of the models are very different and their choice depends on modelling aims and planned uses (Brożek and others 1995, Mączka and others 1975, Sztaba and others 1996, Tumidajski 1997).

The important model group are models based on time series of results obtained from automatic control installations and aimed reaching of the good characterisation of dependencies between indexes of processes estimation and technological parameters (in large sense).

Taking into account the feed mutability, some technological and regime changes the models need an actualisation.

The versions of the mineral processing processes adaptive modelling will be presented in the paper based on industrial investigations of the feed preparing systems to flotation enrichment of Polish copper ores.

## 2. Adaptive models

The method of multiple regression is used very often to describe industrial processes. We are seeking

(Mączka i inni 1975, Sztaba i inni 1996), za pomocą której poszukujemy modelu:

$$\hat{y} = f(\mathbf{X}, \mathbf{C}) = \sum_{j=1}^k c_j \varphi_j(\mathbf{X}) \quad (1)$$

gdzie:

$\mathbf{X}$  – wektor zmiennych zależnych,  
 $\mathbf{C}$  – wektor współczynników  $c_j, j = 1, \dots, k$ ,  
 $N$  – liczba doświadczeń – zestawów danych pomiarowych  $\mathbf{X}(\mathbf{x}_{1i}, \mathbf{x}_{2i}, \dots, \mathbf{x}_{ki}, \mathbf{y}_i)$ ,  
 $i = 1, \dots, N; N \geq k$ ,  $\varphi_j(\mathbf{X})$  – jest wyspecyfikowanym układem funkcji wielu zmiennych.

Specyficzną cechą takiej struktury jest liniowość funkcji ze względu na parametry  $c_1, \dots, c_k$ . Ta liniowość sprowadza problem minimalizacji sumy kwadratów odchyleń do rozwiązania układu równań liniowych, tzn. jeżeli:

the model (Maczka and others 1975, Sztaba and others 1996):

where:

$\mathbf{X}$  – vector of independent variables,  
 $\mathbf{C}$  – vector of coefficients  $c_j, j = 1, \dots, k$ ;  
 $N$  – number of trials – systems of measured data  $\mathbf{X}(\mathbf{x}_{1i}, \mathbf{x}_{2i}, \dots, \mathbf{x}_{ki}, \mathbf{y}_i); i = 1, \dots, N; N \geq k$ ,  $\varphi_j(\mathbf{X})$  – specified system of functions of many variables.

The specific feature of this structure is linearity of the function with regard to coefficients  $c_1, \dots, c_k$ . The linearity leads the problem of square deviation sum minimisation to solving of linear system equations, i. e. if:

$$Q(\mathbf{C}) = \sum_{i=1}^N [f(\mathbf{X}_i, \mathbf{C}) - y_i]^2 \rightarrow \min$$

to jest to równoważne temu, że:

then it is equivalent to:

$$\frac{\partial Q(\mathbf{C})}{\partial c_j} = 0; j = 1, \dots, k \quad (2)$$

Postacie modelu (aproxymacji) zależą od zastosowanych urządzeń pomiarowych w procesie technologicznym oraz zastosowanych technik obliczeniowych. Są to tzw. modele dyskretne typu ARMA lub ARMAX, które mają jako składowe autokorelację (AR) wielkości  $X$  oraz ruchomą średnią (MA – moving average) i ewentualnie wielkości sterujące (egzogenne –  $X$ ).

Rozważmy teraz identyfikację adaptacyjną dla obiektu statycznego. Niech  $\mathbf{C}_i$  będzie wektorem wartości parametrów na  $i$ -tym etapie metody adaptacyjnej (Rastrigin 1983, Kunysz, Tumidajski 1998, Tumidajski i inni 2001). Załóżmy też, że dostajemy nowy zestaw danych  $\mathbf{I}_{i+1} = (\mathbf{X}_{i+1}, \mathbf{Y}_{i+1})$ . Dane te powinny pomóc w zastąpieniu  $\mathbf{C}_i$  przez  $\mathbf{C}_{i+1}$ , tzn. być źródłem korekty parametrów:

The model forms (approximation) are dependent from used in the technological process measurement instalments and on used computational methods. They are the discrete models (type of ARMA or ARMAX), which have such components as: autocorrelation (AR) of variable  $X$ , the moving average (MA) and the control variables (exogenous –  $X$ ).

Now we consider the adaptive identification for a static object. Let  $\mathbf{C}_i$  be the vector of parameter values on  $i$ th stage of the adaptive method (Rastrigin 1983, Kunysz, Tumidajski 1998, Tumidajski and others 2001). We assume that the new combination data  $\mathbf{I}_{i+1} = (\mathbf{X}_{i+1}, \mathbf{Y}_{i+1})$  is given. The data should be the source of parameter correction:

$$\mathbf{C}_{i+1} = \mathbf{C}_i + \Delta \mathbf{C}_{i+1} \quad (3)$$

Dla lokalnej rozbieżności między wartością przewidzianą przez model a zarejestrowaną na obiekcie:

For the local divergence between the model and measured values:

$$q_{i+1}(\mathbf{C}_i) = f(\mathbf{X}_{i+1}, \mathbf{C}_i) - y_{i+1} \quad (4)$$

wartość  $\Delta \mathbf{C}_{i+1}$  powinna być taka aby zmniejszać kwadrat tej różnicy. Osiąga się to metodą „antygradientową”, czyli:

$\Delta \mathbf{C}_{i+1}$  values should diminish (reduce) the divergence square. It is possible to reach by “antigradient” method, i. e.

$$\Delta \mathbf{C}_{i+1} = a_{i+1} \nabla q_{i+1}^2(\mathbf{C}_i) \quad (5)$$

gdzie:

$a_{i+1}$  = dodatni współczynnik  
 $\nabla$  = operator nabla  
 $\nabla_C = \left( \frac{\partial q}{\partial c_1}, \dots, \frac{\partial q}{\partial c_k} \right)$

where:

$a_{i+1}$  = positive coefficient  
 $\nabla$  = nabla operator  
 $\nabla_C = \left( \frac{\partial q}{\partial c_1}, \dots, \frac{\partial q}{\partial c_k} \right)$

$$\nabla_C q^2(\mathbf{C}) = \left( \frac{\partial q^2(\mathbf{C})}{\partial c_1}, \dots, \frac{\partial q^2(\mathbf{C})}{\partial c_k} \right) = 2q(\mathbf{C}) \left( \frac{\partial q(\mathbf{C})}{\partial c_1}, \dots, \frac{\partial q(\mathbf{C})}{\partial c_k} \right) = 2q(\mathbf{C}) \nabla_C q(\mathbf{C}) \quad (6)$$

Po przekształceniach dla funkcji określonej wzorem (1) otrzymujemy:

After the transformations for the function described by (1) we have:

$$q = c_0 + c_1 \varphi_1(\mathbf{X}^{i+1}) + \dots + c_k \varphi_k(\mathbf{X}^{i+1}) - y_{i+1}$$

$$\nabla_C f(\mathbf{X}, \mathbf{C}) = [1, \varphi_1(\mathbf{X}_1^{i+1}), \dots, \varphi_k(\mathbf{X}_k^{i+1})]$$

skąd:

and:

$$(c_0 - 2a q) \cdot 1 + (c_1 - 2a q c_1 \varphi_1(\mathbf{X}_1^{i+1})) \cdot \varphi_1(\mathbf{X}_1^{i+1}) + \dots + (c_k - 2a q c_k \varphi_k(\mathbf{X}_k^{i+1})) \cdot \varphi_k(\mathbf{X}_k^{i+1}) - y_{i+1} = 0$$

Rozwiązanie daje optymalną wartość  $\alpha^*$ , dla którego rozbieżność  $q(\mathbf{C}_i + \Delta \mathbf{C}_{i+1})$  dąży do zera

The solution gives the optimal value  $\alpha^*$ , for which the divergence  $q(\mathbf{C}_i + \Delta \mathbf{C}_{i+1})$  tends to zero

$$\alpha^* = \frac{1}{2} \left[ 1 + \sum_{j=1}^k c_j \varphi_j^2(\mathbf{X}^{i+1}) \right]^{-1} \quad (7)$$

gdzie:

$\mathbf{X}_{i+1}$  jest układem współrzędnych wektora wejść  $\mathbf{X}$  w chwili  $i+1$ .

where:

$\mathbf{X}_{i+1}$  is the input vector  $\mathbf{X}$  coordinate system in the moment of  $i+1$ .

W modelu dynamicznym wartość  $Y_i$  jest opisywana nie tylko przez wartość  $X_i$  ale także przez wartość  $Y_{i-1}$  mierzona w poprzednim momencie czasu. Wartość  $\alpha^*$  jest uzyskiwana analogicznie.

In the dynamic model the value  $Y_i$  is described not only by values  $X_i$  but also by the value  $Y_{i-1}$  measured in the previous moment of time. The value of  $\alpha^*$  is obtained analogously.

Drugą metodą modelowania adaptacyjnego, która będzie używana w tej pracy jest rekurencyjna metoda najmniejszych kwadratów. Współczynniki modelu są otrzymywane poprzez minimalizację sumy kwadratów

The second method of the adaptive modelling, which was used in our work, is the recursive least squares method. Coefficients of the model are obtained by minimisation of the squares' sum

$$S = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-1} (\gamma_i - \hat{\gamma})^2 \quad (8)$$

gdzie:

$\lambda$  – współczynnik zapominania,  
 $\hat{\gamma}_i$  – wartości uzyskiwane z założonego modelu.

where:

$\lambda$  – coefficients of forgetting,  
 $\hat{\gamma}_i$  – values obtained from the assumed model.

### 3. Badania przemysłowe w bloku mielenia i klasyfikacji

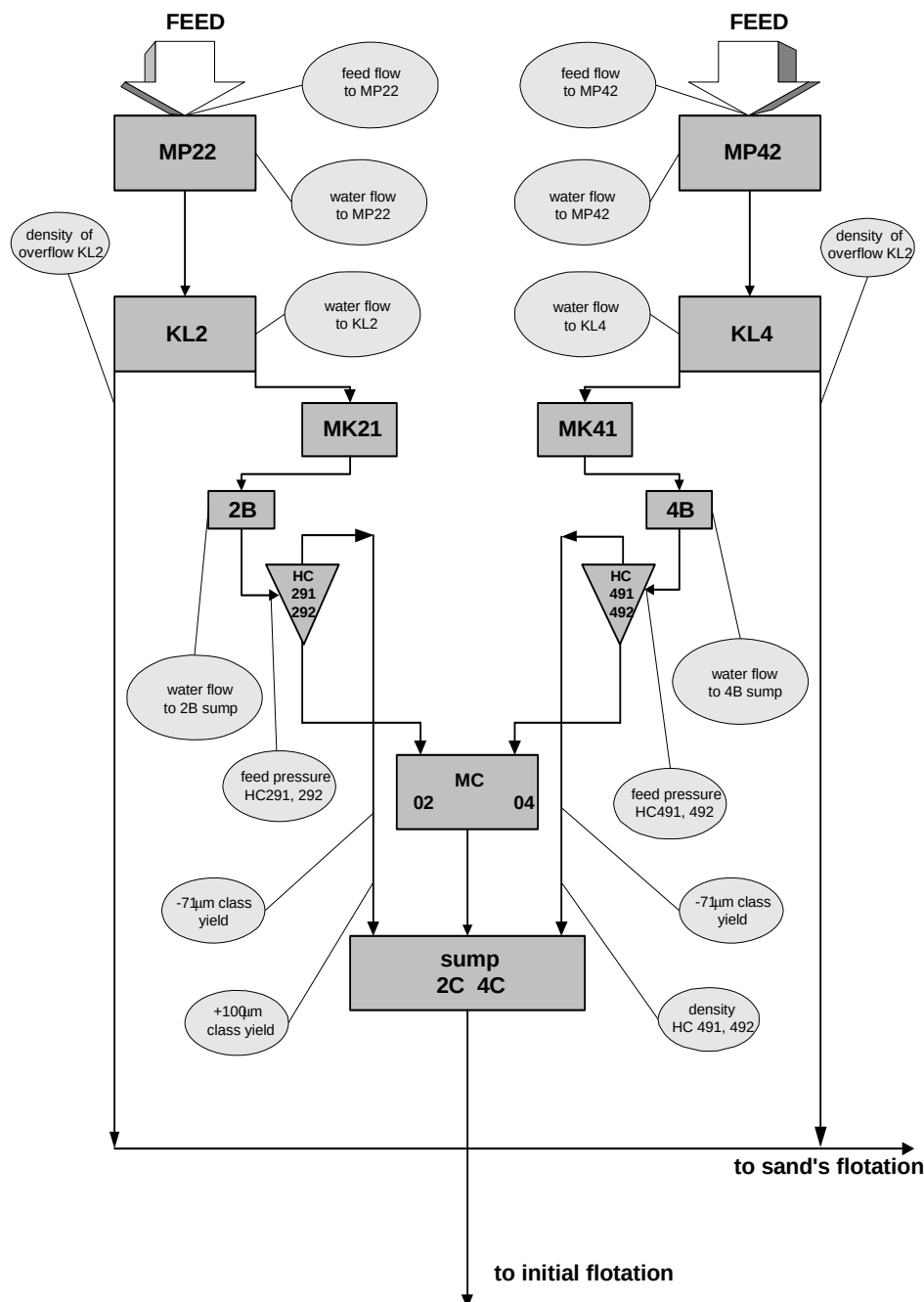
W celu zebrania danych umożliwiających modelowanie matematyczne (identyfikację) układu mielenia i klasyfikacji przeprowadzono eksperyment

### 3. Industrial investigations in milling and classification block

In the purpose of collecting data allowing the mathematical modelling (identifications) of milling and classification block the active experiment was

czynny w ciągu technologicznym ZWR „Rudna”. Schemat ideowy węzła mielenia i klasyfikacji dla sekcji ciągu technologicznego wraz z naniesionymi punktami pomiarowymi (punkty pobierania sygnałów przez system komputerowej rejestracji i archiwizacji danych) przedstawiono na rys. 1.

done in the production process ZWR “Rudna”. The ideological scheme of milling and classification centres for the production process section with plotted measure points (points of collecting signals by computer data registration and archival system) is presented on fig. 1.



Rys. 1  
Schemat kontroli procesów mielenia i klasyfikacji

Fig. 1  
Control scheme for grinding and classification processes

W trakcie eksperymentu czynnego zmieniano w szerokim — dopuszczalnym technologicznie — zakresie, podstawowe — możliwe do ustalenia — parametry technologiczne badanych procesów. Eksperyment przeprowadzono jednocześnie w powyżej opisanym zakresie na dwóch porównywanych sekcjach ciągu technologicznego.

During the active experiment the main, possible to find technological parameters of investigated processes were changing in a large, technologically permissible range. The experiment was carried out simultaneously, in a range described above, in two comparing sections of production process.

Eksperyment zaplanowany był jako niepełny eksperyment czynnikowy, przy następujących zmienianych parametrach i ich zadanych poziomach:

- trzy zadane poziomy natężenia przepływu rudy do młyna prętowego (140, 150, 160 Mg/h),
- dwa zadane poziomy gęstości wylewu młyna prętowego (1870, 1970 g/dm<sup>3</sup>),
- trzy zadane poziomy natężenia przepływu wody do klasyfikatora zwojowego (54, 64, 75%, gdzie 100% = 120 m<sup>3</sup>/h), przy czym pierwsze trzy wartości natężenia były traktowane jako — podstawowe, natomiast drugie dwie jako rozszerzające zakres pomiarowy,
- trzy zadane poziomy ciśnienia nadawy na hydrocyklony (60, 70, 80%, gdzie 100% = 180 kPa).

Przy zmianie jednego z wyżej wymienionych parametrów (zadaniu nowej wartości) przyjmowano odpowiednie czasy stabilizacji procesu (zbierane dane dotyczyły stanów ustalonych procesu).

I tak dla zmiany:

- natężenia przepływu rudy do młyna prętowego — założono czas stabilizacji 60 min (poszczególne zadane wartości tego parametru realizowano na odrębnych zmianach roboczych);
- gęstości wylewu młyna prętowego — założono czas stabilizacji 40 minut;
- natężenia przepływu wody do klasyfikatora — czas stabilizacji 30 minut;
- ciśnienia nadawy na hydrocyklony — czas stabilizacji 10 minut.

W ZWR jednocześnie prowadzono eksperyment dla ciągu technologicznego w dwóch sekcjach mielenia i klasyfikacji. Dane dla tych sekcji dostarczane przez aparaturę kontrolno-regulacyjną, określające stan procesu oraz poszczególnych jego parametrów były rejestrowane i archiwizowane w postaci cyfrowej, przez komputerowy system akwizycji danych zainstalowany w centralnej dyspozytorni. Jest to dyspozytorskie oprogramowanie typu SCADA zawierające między innymi bazy danych aktualnych oraz historycznych przebiegów czasowych parametrów, pojawiania się nastawianych alarmów i stanów awaryjnych. Możliwa jest wizualizacja w czasie rzeczywistym parametrów bieżącego procesu technologicznego. Zarejestrowane przez system dane pomiarowe w postaci cyfrowej, dla wszystkich kontrolowanych parametrów za okres 3 zmian eksperymentu, zebrano na dyskietkach. Po konwersji i odfiltrowaniu wybranych wartości dane użyto do modelowania. Dane są archiwizowane co 20 sekund, natomiast stany awaryjne i alarmy w czasie rzeczywistym. W obliczeniach zostały wykorzystane średnie za 1 minutę. Modelowanie przeprowadzono wprowadzając dla niektórych zmiennych opóźnienia co 5 i 10 minut jako konwencjonalne.

The experiment was planned as non-full factoring experiment, by the following changed parameters and their fixed levels:

- three fixed levels of ore flow intensity to rod mill (140, 150, 160 Mg/h),
- two fixed density levels of rod mill overflow (1870, 1970 g/dm<sup>3</sup>),
- three fixed levels of water flow intensity to coil classifier (54, 64, 75%, where 100% = 120 m<sup>3</sup>/h), and first three quantities of intensity were treated as — based, and second two as enlarging measurement range,
- three fixed levels of feed pressure on hydrocyclones (60, 70, 80%, where 100% = 180 kPa).

By changing one of parameters mentioned above (determining of new quantity) the accurate process stabilisation times were accepted (the collected data concerned the process fixed states).

And then for the change of:

- ore flow intensity to rod mill — the stabilisation time was assumed as 60 min. (individual fixed quantities of this parameter were realised during separated working changes),
- rod mill overflow density — stabilisation time was assumed as 40 min.,
- the intensity of water flow to classifier — stabilisation time was assumed as 30 min.,
- feed pressure on hydrocyclones — stabilisation time was assumed as 10 min.

In ZWR the experiment was carried out simultaneously for production process in two sections of milling and classification. The data for these sections supplied by control-adjust apparatus, characterising the state of the process and their individual parameters were registered and archived in numeric form, by data canvassing computer system installed in central order room. This are the disposal programs of SCADA type, concerning among other things the databases of current and historical time courses of parameters, appearance of set alarms and emergency states. It is possible to visualise the technological process in run' parameters in the real time. The data registered by the system in numeric form, for all of the controlled parameters for the period of 3 experiment changes, were collected on discs. After the conversion and filtration of selected quantities, the data were used for modelling. The data were archived every 20 seconds and the emergency states and alarms in the real time. The means for 1 minute were used in the calculations. The modelling was carried out, by introducing for certain variables the delays of 5 and 10 minutes by tradition.

#### 4. Modele matematyczne procesu mielenia i klasyfikacji

Wielu autorów przyjmuje, że zarówno przerób (ilość nadawy) jak i gęstość przelewu klasyfikatora ma paraboliczny wpływ na wyniki klasyfikacji zarówno w klasyfikatorach jak i hydrocyklonach, których przelew stanowi nadawę do flotacji głównej. Uwzględniając także przesunięcia czasowe we wpływie wielkości sterujących na wyniki klasyfikacji oraz stwierdzoną już wcześniej autokorelację, zaproponowano do wyznaczania następującą ogólną postać modelu:

$$X_{-0,071HC}(t) = c_1 [F_{MP}(t-2) - F_{MP0}]^2 + c_2 [F_{MP}(t-1) - F_{MP0}]^2 + c_3 [F_{MP}(t) - F_{MP0}]^2 + c_4 [F_{MP}(t-2) - F_{MP0}] + c_5 [F_{MP}(t-1) - F_{MP0}] + c_6 [F_{MP}(t) - F_{MP0}] + c_7 [D_{KZ}(t-2) - D_{KZ0}]^2 + c_8 [D_{KZ}(t-1) - D_{KZ0}]^2 + c_9 [D_{KZ}(t) - D_{KZ0}]^2 + c_{10} [D_{KZ}(t-2) - D_{KZ0}] + c_{11} [D_{KZ}(t-1) - D_{KZ0}] + c_{12} [D_{KZ}(t) - D_{KZ0}] + c_{13} P_{HC}(t) + c_{14} X_{-0,071HC}(t-1) + c_{15} \quad (9)$$

gdzie:

$F_{MP}(t)$  – oznacza ilość nadawy,

$D_{KZ}(t)$  – gęstość przelewu klasyfikatora zwojowego,

$P_{HC}(t)$  – ciśnienie nadawy na hydrocyklony,

$X_{-0,071HC}$  – zawartość klasy –0,071 mm w przelewie hydrocyklonów,

$t-1$  – opóźnienie o 5 minut,

$t-2$  – opóźnienie o 10 minut.

$D_{KZ0}, F_{MP0}$  – wartości gęstości i przerobu przyjmowane za optymalne (normowe, zadane).

Wielkości  $D_{KZ0}, F_{MP0}$  przebadano w zakresach:

– dla  $D_{KZ0}$  od 1150 g/l do 1250 g/l, co 10 g/l,

– dla  $F_{MP0}$  od 146 t/h do 156 t/h, co 1 t/h,

co oznacza, że tworzono konfigurację  $(D_{KZ0}, F_{MP0})$  i dla tej konfiguracji wyznaczono równania typu ARX, czyli przebadano 121 równań (11x11).

Najlepszymi modelami tego typu okazały się następujące:

$$X_{-0,071HC}(t) = 9,54 + 0,59 X_{-0,071HC}(t-1) + 0,002 [F_{MP}(t-2) - 155]^2 + 0,0003 [D_{KZ}(t-1) - 1190]^2 + 0,002 [F_{MP}(t-1) - 155] + 0,0007 [D_{KZ}(t-1) - 1190] \quad (10)$$

$$R = 0,8117, \quad s_r = 2,20\%$$

$$X_{-0,071HC}(t) = 9,55 + 0,59 X_{-0,071HC}(t-1) + 0,002 [F_{MP}(t-2) - 156]^2 + 0,0003 [D_{KZ}(t-1) - 1190]^2 + 0,0015 [F_{MP}(t-1) - 156] + 0,0006 [D_{KZ}(t-1) - 1190] \quad (11)$$

$$R = 0,8124, \quad s_r = 2,20\%$$

Liczby w nawiasach klamrowych są błędami współczynników.

#### 4. Mathematical models of milling and classification processes

Many authors assume that both quantity of feed and density of spiral classifier overflow has the parabolic influence on classification results in classifiers and hydrocyclones, which overflows are the flotation feed. Taking into account delays of control steering variables the following form of model has been proposed:

where:

$F_{MP}(t)$  – feed quantity,

$D_{KZ}(t)$  – density of spiral classifier overflow,

$P_{HC}(t)$  – pressure of hydrocyclone feed,

$X_{-0,071HC}$  – contents of –0,071 mm class in the hydrocyclone overflow,

$t-1$  – five minute's delay,

$t-2$  – ten minute's delay,

$D_{KZ0}, F_{MP0}$  – values of density and feed quantity treated as optimal.

Ones the variables  $D_{KZ0}, F_{MP0}$  are investigated in ranges:

– for  $D_{KZ0} = 1150$ g/l to 1250 g/l, step 10 g/l;

– for  $F_{MP0} = 146$ t/h to 156 t/h, step 1 t/h

what means that the configurations of  $(D_{KZ0}, F_{MP0})$  was made and for these configurations the equations of ARX type were determined, then 121 equations (11x11) was investigated.

The best models are:

The numbers in brackets are coefficient errors.

Uzyskane wyniki dowodzą, że modele typu ARX doskonale opisują przebieg procesu przygotowania nadawy do flotacji. Współczynniki korelacji wielokrotnej przy uwzględnianej w obliczeniach liczbie danych  $n = 504$  są dostatecznie małe.

Najlepsze wyniki modelowania uzyskuje się dla sytuacji, gdy  $D_{KZ0} = 1150 - 1180$  g/l a  $F_{MP0} = 150 - 155$  t/h, co potwierdzają stosowane do tej pory nastawy technologiczne.

Istotnymi wnioskami są także następujące uwagi:

- wpływ zmiany przerobu daje się zauważyć; dokładne ustalenie wartości tego przesunięcia czasowego wymaga dalszych analiz rachunkowych lub badań,
- wpływ zmiany gęstości przelewu klasyfikatora jest zauważalny po pięciu minutach; (także do dokładnego ustalenia w dalszych badaniach),
- bardzo istotne jest skorelowanie wychodu  $X_{-0,071HC}(t)$  z wychodem  $X_{-0,071HC}(t-1)$ , oznaczające, że zmiany jakości przelewu hydrocyklonu pod względem uziarnienia nie są natychmiastowe (w trakcie 5-ciu minut nie może nastąpić zasadnicza zmiana składu ziarnowego przelewu hydrocyklonu),

Warto zaznaczyć jeszcze dwa ogólne wnioski:

- precyzyjne uwzględnienie przesunięć czasowych może podnieść jakość modeli,
- wskazane jest uśrednianie danych (lub próbek pobieranych ręcznie) za pewien krótki odcinek czasu, co zmniejsza błąd wyznaczania wartości wielkości sterowanych i sterujących a także jest zgodne z naturą procesów, w których chwilowe wahania wielkości nie wywołują istotnych skutków.

## 5. Ocena prezentowanych modeli

Dotychczasowe zastosowania metody modelowania adaptacyjnego dotyczyły form liniowych i uzyskiwane efekty były bardzo zadowalające. W pracy tej modelowanie tą metodą zastosowano do postaci modelu (9) wychodząc z współczynników uzyskanych we wzorze (10). Wyniki modelowania przedstawiono na rys. 2. Jak łatwo zauważyć zgodność przebiegów wyników rzeczywistych i modelowych jest bardzo duża zwłaszcza w końcowym odcinku pomiarowym (na osi poziomej  $>2000$ ), gdzie ciągłość pomiarów jest zachowana.

Bardzo duże rozbieżności między wynikami rzeczywistymi a wskazywanymi przez model występują przy braku pomiarów (program stosowany wprowadzał zero), co daje efekt pików na wykresie. Przykładowe zestawy wartości współczynników przedstawiono w tabeli 1. Współczynniki modeli zmieniają się znacznie (zmiany względne) wraz ze znakiem. Zasadnicze różnice między wielkością pomiarową a modelową (kolumny ciemne) występują przy

The obtained results prove that the ARX type models describing the course of feed preparing processes is very good. The coefficients of multiple correlation (for  $N = 504$ ) are significant and errors ( $s_r$ ) are satisfactory small.

The best results are obtained when  $D_{KZ0} = 1150 - 1180$  g/l and  $F_{MP0} = 150 - 155$  t/h, what is in agreement with values applied in industry.

The significant conclusions are following:

- the influence of the feed quantity change is observed after ten minutes; the precise determination of the time delay value needs the additional calculations or investigations,
- the influence of the classifier density changes is remained after 5 minutes,
- the correlation between  $X_{-0,071HC}(t)$  and  $X_{-0,071HC}(t-1)$  is very important and it means that during 5 minutes the significant changes of the yield of  $-0,071$ mm class in the hydrocyclone overflow is impossible.

The two conclusions must be underlined:

- consideration of time delays may correct the model quality,
- the averaging of data (in some period) is very sensible, because it may decrease forecasting errors and is in accordance with the nature of processes (temporary changes do not make important results).

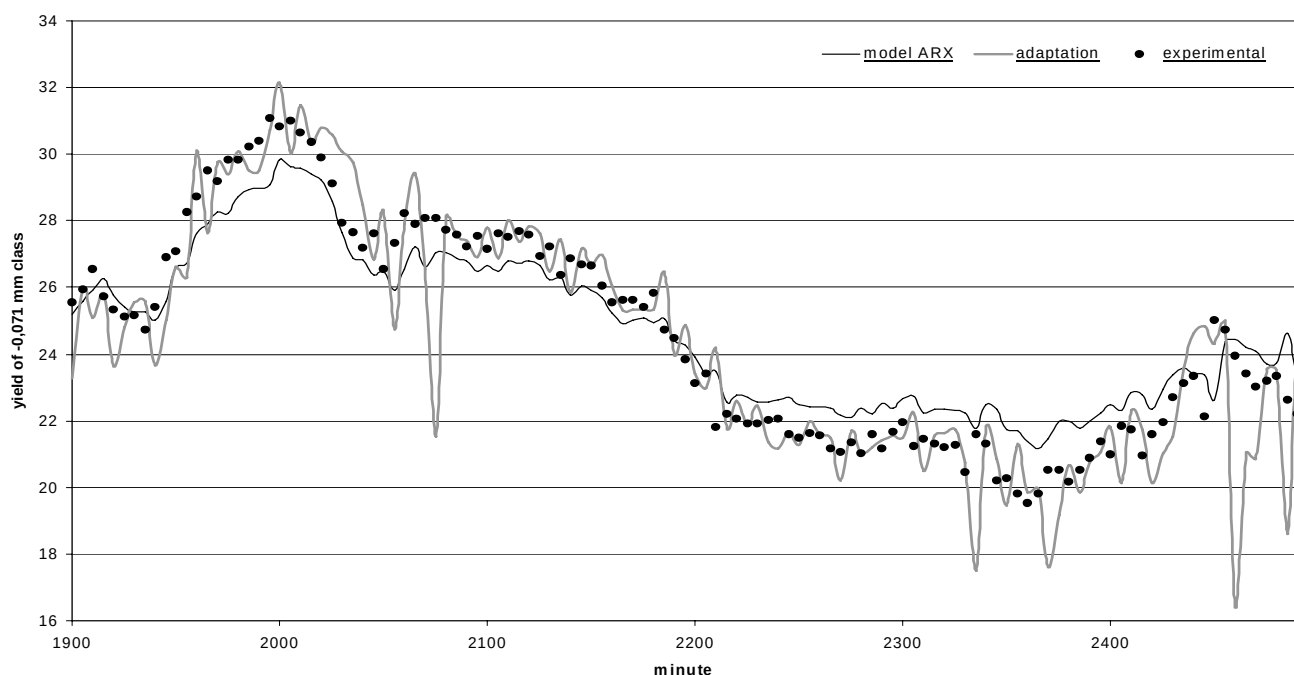
## 5. Estimation of presented models

Up till now uses of adaptive modelling method concerned linear forms and obtained results were very satisfying. In this work the adaptive modelling was used to form (9) starting from coefficients obtained in (10). The results of calculations are presented on fig. 2. It is easy to mark that the convergence of real and model courses is very good, especially in end measured fragment (on horizontal axes  $> 2000$ ) where the continuity of measures is kept.

The big divergence between real and model results appear when the lack of measures is noticed (the used programme introduced zeros), what gives the picks on the graph. For instance the combination of coefficients is presented on tab. 1. The model coefficients change considerably (relative changes) together with signs. The fundamental differences between measured and model values (dark columns) are noticed together with big jumps of significant values of independent variables (for

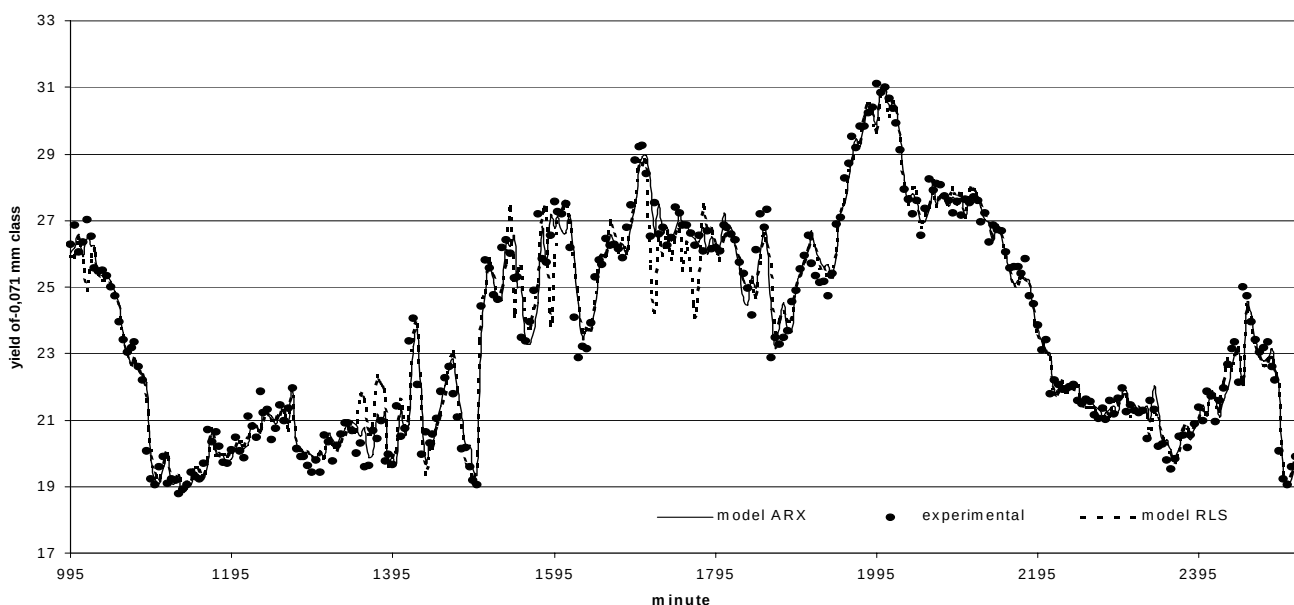
du-żych skokach istotnych wartości zmiennych niezależnych (przykładowo dla minut 2070 i 2075). W przypadkach stabilnej pracy układu zmiany współczynników są niewielkie (minuty 2085 – 2100) i różnice między wartościami rzeczywistą i modelową są nieznaczne (co można zaobserwować także na rys. 2 i 3).

instance minutes of 2070 and 2075). In case of stabilised system work changes of coefficients are small (minutes from 2085 – 2100) and differences between measured and calculated values are small also (what may be observed on fig. 2 and 3).



Rys. 2  
Porównanie modeli i wartości z eksperymentu

Fig. 2  
Comparison of models and experimental values



Rys. 3  
Porównanie wartości  $\gamma_{-0,071}$  mm

Fig. 3  
Comparison of values  $\gamma_{-0,071}$  mm

Na rys. 2 przedstawiono trzy przebiegi wartości wychodów klasy  $-0,071$  mm w przelewie hydrocyklonów; rzeczywistych, wyznaczonych z modelu

On fig. 2 three courses of  $-0,071$ mm class yields in hydrocyclone overflows: real, calculated from model ARX (9) and calculated adaptively. It



Tablica 1

Wybrane współczynniki modeli "antygradientowych

Table 1  
Chosen coefficients of antigradient models

| minute | $[F_{MP} - F_{MP0}]^2 t1$ | $[F_{MP} - F_{MP0}]^2 t2$ | $[D_{KZ} - F_{KZ0}]^2 t1$ | $X_{-0,071HC} t1$ | $Y_{mod}$ | $C_{15}$  | $Ppo^2 t1$ | $Ppo^2 t2$ | $Ddo^2 t1$ | $\gamma(t-1)$ |
|--------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|-------------------|-----------|-----------|------------|------------|------------|---------------|
|        |                           |                           |                           |                   |           |           |            |            |            |               |
| 1900   | 267,87                    | 305,08                    | 312,11                    | 24,89             | 23,558314 | 9,5700339 | 0,0026792  | -0,0017718 | -0,0102855 | 0,6729437     |
| 1905   | 313,29                    | 267,87                    | 336,11                    | 25,54             | 25,836311 | 9,5700425 | 0,0049693  | 0,00083644 | -0,0076173 | 0,6731565     |
| 1910   | 307,42                    | 313,29                    | 484,00                    | 25,93             | 25,242308 | 9,5700423 | 0,0049187  | 0,00079318 | -0,0076716 | 0,6731524     |
| 1915   | 272,25                    | 307,42                    | 641,78                    | 26,54             | 25,72     | 9,5700457 | 0,0059751  | 0,0018698  | -0,0060083 | 0,6732415     |
| 1945   | 262,44                    | 250,69                    | 1067,11                   | 25,40             | 25,168971 | 9,570048  | 0,0066361  | 0,00231566 | -0,003732  | 0,6732973     |
| 1950   | 238,19                    | 262,44                    | 1600,00                   | 26,89             | 26,791633 | 9,5700494 | 0,0070254  | 0,0026875  | -0,0021493 | 0,673335      |
| 1955   | 225,00                    | 238,19                    | 1995,11                   | 27,08             | 26,340725 | 9,5700496 | 0,0070664  | 0,00273272 | -0,0018736 | 0,6733396     |
|        |                           |                           |                           |                   |           |           |            |            |            |               |
| 2060   | 321,60                    | 203,54                    | 205,44                    | 27,35             | 27,917325 | 9,5700363 | 0,0017704  | 0,00119797 | -0,0042399 | 0,6729381     |
| 2065   | 315,65                    | 321,60                    | 106,78                    | 28,24             | 29,387191 | 9,570038  | 0,002319   | 0,00154516 | -0,0038894 | 0,6729847     |
| 2070   | 12,25                     | 315,65                    | 348,44                    | 27,91             | 26,532853 | 9,5700311 | 0,000156   | -0,0006586 | -0,0046211 | 0,6727912     |
| 2075   | 45,34                     | 12,25                     | 3211,11                   | 28,09             | 21,520831 | 9,5700382 | 0,000242   | 0,00155728 | -0,002175  | 0,6729872     |
| 2080   | 52,80                     | 45,34                     | 3098,78                   | 28,07             | 28,132854 | 9,5700388 | 0,0002708  | 0,00156507 | -0,0001346 | 0,673005      |
| 2085   | 44,89                     | 52,80                     | 3098,78                   | 28,73             | 27,512468 | 9,5700387 | 0,0002686  | 0,00156318 | -0,0002635 | 0,6730039     |
| 2090   | 10,24                     | 44,89                     | 3402,78                   | 27,59             | 27,407748 | 9,5700388 | 0,000269   | 0,00156363 | -0,000237  | 0,6730041     |
| 2095   | 3,24                      | 10,24                     | 3325,44                   | 27,21             | 26,92131  | 9,5700387 | 0,0002688  | 0,00156288 | -0,0002945 | 0,6730036     |
| 2100   | 3,24                      | 3,24                      | 3249,00                   | 27,55             | 27,15     | 9,5700388 | 0,000269   | 0,00156346 | -0,0001043 | 0,6730052     |
|        |                           |                           |                           |                   |           |           |            |            |            |               |
| 2460   | 30,25                     | 7,29                      | 900,00                    | 24,73             | 16,47352  | 9,5710292 | 0,0105982  | 0,0018214  | -0,0117914 | 0,6947551     |
| 2465   | 40,53                     | 30,25                     | 1626,78                   | 23,95             | 21,014382 | 9,5710384 | 0,0108768  | 0,00188854 | -0,0035027 | 0,6949829     |
| 2470   | 11,33                     | 40,53                     | 2567,11                   | 23,42             | 20,84663  | 9,5710393 | 0,0109136  | 0,00191599 | -0,0020264 | 0,6950046     |
| 2475   | 21,78                     | 11,33                     | 1936,00                   | 23,04             | 23,56876  | 9,5710396 | 0,0109173  | 0,00192945 | -0,0011737 | 0,6950124     |
| 2480   | 17,92                     | 21,78                     | 1764,00                   | 23,19             | 23,51186  | 9,5710395 | 0,0109151  | 0,00192831 | -0,0013689 | 0,69501       |
| 2485   | 3,61                      | 17,92                     | 4946,78                   | 23,34             | 18,604173 | 9,5710395 | 0,0109141  | 0,00192709 | -0,0014677 | 0,6950087     |
| 2490   | 5,76                      | 3,61                      | 1521,00                   | 22,61             | 24,357291 | 9,5710396 | 0,0109147  | 0,00193003 | -0,0006574 | 0,6950126     |
| 2495   | 13,69                     | 5,76                      | 860,44                    | 22,19             | 23,361523 | 9,5710387 | 0,0109093  | 0,00192665 | -0,0020822 | 0,6949914     |

ARX (9) oraz wyznaczonych adaptacyjnie. Warto zwrócić uwagę, na to, że wartości „adaptacyjne” układają się bardzo blisko wartości rzeczywistych oddając charakter ich przebiegu. Wartości uzyskiwane z modelu ARX wykazują okresy niezgodności z danymi rzeczywistymi. Może to być spowodowane okresowymi zmianami charakteru rudy.

Dotychczasowe doświadczenia z modelowaniem adaptacyjnym metodą antygradientową pozwalają na wyciągnięcie następujących wniosków:

- efektywne stosowanie tej metody uwarunkowane jest ciągłością pomiarów; w przypadku występowania braków należy stosować wprowadzanie wartości stałej zbliżonej do rzeczywistej wartości średniej brakującego pomiaru lub przyjąć metodę dyskwalifikacji otrzymywanego rezultatu (wprowadzić granicę odrzucenia wyniku).
- jeżeli zależność pomiędzy rozpatrywanymi zmiennymi jest duża (siłę zależności można mierzyć współczynnikiem korelacji wielokrotnej), to modele uzyskiwane metodą adaptacyjną są zbliżone z uzyskanymi metodą regresyjną oraz dają bardzo dużą zgodność z rzeczywistością,
- jeżeli zależność pomiędzy rozpatrywanymi zmiennymi jest niewielka (nie istnieje praktycznie obowiązujący model wielomianowy lub jest niewystarczającym przybliżeniem istniejącego związku), to modelowanie adaptacyjne jest lepszym rozwiązaniem prognozowania wyników, przy czym współczynniki modelu mogą wykazywać dużą zmienność.

Modelowanie adaptacyjne ma także duże zastosowanie w sytuacjach, gdy postać modelu pozostaje aktualna a pod wpływem zmian jakości nadawy zmieniają się wartości współczynników i potrzebne jest ich przeskalowanie.

Efektywne modelowanie matematyczne przemysłowych procesów przerobczych możliwe jest przy spełnieniu kilku istotnych warunków dotyczących zbierania i organizacji danych.

Pierwszym warunkiem jest zbieranie danych z krótkiego okresu eksperymentu czynnego, nie przekraczającego praktycznie trzech godzin — przy automatycznych pomiarach rejestrowanych komputerowo. W trakcie eksperymentu muszą ulegać zmianie (w sposób zorganizowany, z uwzględnieniem przesunięć czasowych) podstawowe wielkości sterujące. Drugim warunkiem jest używanie do obliczeń danych uśrednionych po krótkim okresie czasu (minucie), co odgrywa rolę filtra wygładzającego chwilowe wahania parametrów.

Trzecim warunkiem powinno być unikanie okresów z dużymi brakami parametrów. Nie mogą one

may be noticed that the adaptive values are very near to real values and very good characterise its. Values obtained from the ARX model have periods of nonconformity with real data. It may be caused by periodical changes of ore characteristics.

The experiences with adaptive antigradient modelling obtained up till now allow to formulate the following conclusions:

- the effective use of this method is conditioned by the continuity of measures; in the case of the lack appearing the introducing of mean value of measures must be used or the disqualification method (to introduce the border of the result rejection),
- when the dependence between examined variables is strong (the power of the dependence may be measured by the multiple correlation coefficients) then the models obtained by adaptive methods are convergent to regressive models and give the very good conformity with reality,
- when the dependence between used variables is weak (the polynomial model is non-satisfying) then the adaptive modelling is better solution for the result forecast and the model coefficients may have big changeability.

The adaptive modelling has the big importance in situations when the model form is constant and under changes of feed quality the coefficient values have a fluctuation and their scaling is needed.

The effective mathematical modelling of industrial mineral engineering processes is possible when the several significant condition concerning of the data collection and their organisation. The first condition is data collection from short period of active experiment (the period may not exceeded three hours where the measures are executed automatically. During the experiment the fundamental control magnitudes must be changed (in organised way taking into account the time delays).

The second condition is the using mean values from short periods of time for calculations (for instance – minute) what play the role of the fitter which moment parameter fluctuations smoothes.

The third condition is the elimination of period with significant lack of parameter measures. Such periods are not the base of reconstruction and adaptive model changes.

In the case when the automatic process control is introduced, in which the models may be used, the computer programmes of industrial model determinations must be elaborated.

It means that as the modelling methods should be: the ARX method, the antigradient method and the same version of the ARX method taking into consideration the recursive least square method.

być podstawą do przebudowy modeli, czy też nawet adaptacyjnych chwilowych zmian.

W przypadku wdrożenia automatycznego sterowania procesami uwzględniającego użycie modeli matematycznych należy dopracować programy komputerowego wyznaczania tych modeli na obiekcie.

Należy przez to rozumieć, że metodami modelowania powinny być metoda ARX, metoda antygradientowa oraz pewna wersja metody ARX z użyciem wag czyli rekurencyjna metoda najmniejszych kwadratów. Dopracowania wymagają zaś sposoby uśredniania (długości odcinków czasowych uśredniania, wybór przesunięć czasowych).

Artykuł powstał w ramach projektu badawczego  
KBN 5T 12A 042 22

The ways of the data averaging should be still elaborated: the length of time averaging periods, the choice of time delays, the frequency of the model actualisation.

## 5. Literatura — References

1. Brożek M., Mączka W., Tumidajski T., 1995. *Modele matematyczne procesów rozdrabniania*, Wyd. AGH. *Rozprawy i monografie*, nr 35, Kraków.
2. Kunysz J., Tumidajski T., 1998. *Problemy stabilności i adaptacji modeli matematycznych przemysłowych procesów przeróbczych*. – Międzynarodowa Konferencja Przeróbki Kopalin, Szczyrk.
3. Mączka W., Sztaba K., Tumidajski T., 1975. *Regressive model of actual process of ore beneficiation and its application for building sampling scheme and control algorithm*, IX IMPC, Cagliariu.
4. Rastrigin L. A., 1983. *Contemporary principles to control complex objects* – Mir Publishers, Moscow.
5. Sztaba K., Tora B., Tumidajski T., 1996. *Modelling of processes of the mineral processing*, SAMS, 24, pp 97-105, Amsterdam B.V. Published.
6. Tumidajski T., Kunysz J., Trybalski K., 2001. *Adaptive mathematical models of grinding and classification processes of Polish copper ores*, ICAMC Tampere Finlandia.
7. Tumidajski T., 1997. *Stochastyczna analiza własności materiałów uziarnionych i procesów ich rozdziału*, Wydawnictwa AGH, seria *Rozprawy i Monografie* nr 57, Kraków.